

樋口さぶろお <https://hig3.net>

龍谷大学 先端理工学部 数理・情報科学課程

確率統計 I L16(2025-07-28 Mon)

最終更新: Time-stamp: "2025-07-27 Sun 11:28 JST hig"

今日の目標



L15-Q1

Quiz 解答: 条件付き分布

$$\textcircled{1} p_{Y|X}(0|9) = \frac{p(9,0)}{p_X(9)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{3}} = \frac{1}{3}.$$

$$\textcircled{2} p_{X|Y}(9|0) = \frac{p(9,0)}{p_Y(0)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = \frac{1}{4}.$$

L15-Q2

Quiz 解答: 同時分布・条件付き分布・周辺分布

$y \backslash x$	2	3	
20	3/12	1/12	4/12
30	4/12	4/12	8/12
	7/12	5/12	1

L15-Q3

Quiz 解答: ベイズの推定

甘い品種 $1:x = 1$, 渋い品種 $2:x = 2$, 赤: $y = 10$, 黄: $y = 20$ と表現する.

①

$$p_{Y|X}(y|1) = \begin{cases} 0.95 & (y = 10) \\ 0.05 & (y = 20) \end{cases}$$

$$p_{Y|X}(y|2) = \begin{cases} 0.125 & (y = 10) \\ 0.875 & (y = 20) \end{cases}$$

$y \backslash x$	1	2
10	0.19	0.10
20	0.01	0.70

$$p_{X|Y}(1|10) = \frac{p_{Y|X}(10|1)p_X(1)}{\sum_x p_{Y|X}(10|x)p_X(x)}$$

$$= \frac{0.95 \times 0.2}{0.95 \times 0.2 + 0.125 \times 0.8} = \frac{19}{29}$$

L15-Q4

Quiz 解答: ベイズ推定

検査 $Y = \begin{cases} 80 & (\text{陽性}) \\ 20 & (\text{陰性}) \end{cases}$, 病状 $X = \begin{cases} 100 & (\text{病気}) \\ 0 & (\text{病気でない}) \end{cases}$ で表す.

①

$$p_X(100) = 0.005, p_{Y|X}(80|100) = 0.99, p_{Y|X}(80|0) = 0.02$$

同時確率分布

$x \backslash y$	80	20	計
100	真陽性 0.99×0.005	偽陰性 0.01×0.005	0.005
0	偽陽性 0.02×0.995	真陰性 0.98×0.995	0.995

$$\begin{aligned} p_{X|Y}(100|80) &= \frac{p_{Y|X}(80|100) \times p_X(100)}{p_{Y|X}(80|100) \times p_X(100) + p_{Y|X}(80|0) \times p_X(0)} \\ &= \frac{0.99 \times 0.005}{0.99 \times 0.005 + 0.02 \times 0.995} = 0.199185. \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad 0.99^2 \cdot 0.005 / (0.99^2 \cdot 0.005 + 0.02^2 \cdot 0.995) = 0.924884.$$